

ПОТАПОВ Д.К.* , ЕВСТАФЬЕВА В.В. О методиках определения
весовых коэффициентов в задаче оценки
надежности коммерческих банков**

**Кандидат физико-математических наук, доцент
НОУ ВПО Институт бизнеса и права (г. Санкт-Петербург),*

***Кандидат физико-математических наук, доцент
Санкт-Петербургский государственный университет*

Целью данной работы является анализ известных методик определения весовых коэффициентов на примере конкретных коммерческих банков.

Каждому показателю состояния банка x_i ($i = \overline{1, n}$) ставится в соответствие оценка его значимости. Затем строится система весов так, что

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n a_i = 1, \\ a_i \geq 0, i = \overline{1, n}, \end{cases}$$

где a_i – это вес i -го показателя; i – номер текущего показателя; n – количество показателей. Показатели ранжируются по убыванию значимости $x_1 \succ x_2 \succ x_3 \succ \dots \succ x_i \succ \dots \succ x_n$.

Определим веса с помощью шкалы Фишберна $a_i = \frac{2 \cdot (n - i + 1)}{n \cdot (n + 1)}$.

Рассмотрим двенадцать банков, а именно, Вип-банк, Русский банк развития, Международный банк Санкт-Петербурга, Аккобанк, Гарант-инвест банк, АКБ “Тольятти-химбанк”, ОАО “Башэкономбанк”, Банк “Строй-кредит”, ОАО Уралфин-промбанк, Уральский банк реконструкции и развития, Фиа банк, Московский индустриальный банк. Для построения методики будем использовать следующие шесть показателей: показатель достаточности капитала (DOSTCAP), показатель – собственный капитал (SK), коэффициент рентабельности собственных средств (RSS), показатель доли ликвидных активов (LA/АК), показатель доли ценных бумаг в активах банка (CB/АК), показатель доли срочных ресурсов в обязательствах банка (SR/O). Имеем

$$a_1 = \frac{2 \cdot 6}{6 \cdot 7} = \frac{2}{7} = 0,285714286,$$

$$a_2 = \frac{2 \cdot 5}{6 \cdot 7} = \frac{5}{21} = 0,238095238,$$

$$a_3 = \frac{2 \cdot 4}{6 \cdot 7} = \frac{4}{21} = 0,19047619,$$

$$a_4 = \frac{2 \cdot 3}{6 \cdot 7} = \frac{1}{7} = 0,142857143,$$

$$a_5 = \frac{2 \cdot 2}{6 \cdot 7} = \frac{2}{21} = 0,095238095,$$

$$a_6 = \frac{2 \cdot 1}{6 \cdot 7} = \frac{1}{21} = 0,047619048.$$

Пусть для построения системы весов опрошены три эксперта. Итоговый весовой коэффициент рассчитывается как среднее арифметическое весов, определенных экспертами. Например, для показателя RSS (первый и второй эксперты поставили на 3 место, а третий – на 4 место):

$$\bar{a}_3 = \frac{a_3 + a_3 + a_4}{3} = \frac{0,19047619 + 0,19047619 + 0,142857143}{3} = 0,174603175,$$

где \bar{a}_i – это среднее арифметическое весов для i -го показателя. Значения весовых коэффициентов, а также их средние значения сведены в таблицу 1.

Таблица 1

Эксперты	DOSTKAP	SK	RSS	CB/AK	LA/AK	SR/O
Первый	0,285714286	0,238095238	0,19047619	0,142857143	0,095238095	0,047619048
Второй	0,285714286	0,238095238	0,19047619	0,142857143	0,047619048	0,095238095
Третий	0,285714286	0,238095238	0,142857143	0,19047619	0,095238095	0,047619048
Среднее	0,285714286	0,238095238	0,174603175	0,158730159	0,079365079	0,063492063

Рассмотрим принцип нечеткого большинства, который также может использоваться для определения весовых коэффициентов. Функция $\varphi : [0,1] \rightarrow [0,1]$ удовлетворяет условиям $\varphi(0) = 0$ и $\varphi(1) = 1$. Весовые коэффициенты определяются по формуле $a_i = \varphi\left(\frac{i}{n}\right) - \varphi\left(\frac{i-1}{n}\right)$, $i = \overline{1, n}$. Выбор функции $\varphi(x)$ остается на откуп исследователю.

В задаче о коммерческих банках имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \varphi\left(\frac{1}{6}\right), \\ a_2 = \varphi\left(\frac{2}{6}\right) - \varphi\left(\frac{1}{6}\right) = \varphi\left(\frac{1}{3}\right) - \varphi\left(\frac{1}{6}\right), \\ a_3 = \varphi\left(\frac{3}{6}\right) - \varphi\left(\frac{2}{6}\right) = \varphi\left(\frac{1}{2}\right) - \varphi\left(\frac{1}{3}\right), \\ a_4 = \varphi\left(\frac{4}{6}\right) - \varphi\left(\frac{3}{6}\right) = \varphi\left(\frac{2}{3}\right) - \varphi\left(\frac{1}{2}\right), \\ a_5 = \varphi\left(\frac{5}{6}\right) - \varphi\left(\frac{4}{6}\right) = \varphi\left(\frac{5}{6}\right) - \varphi\left(\frac{2}{3}\right), \\ a_6 = \varphi\left(\frac{6}{6}\right) - \varphi\left(\frac{5}{6}\right) = \varphi(1) - \varphi\left(\frac{5}{6}\right) = 1 - \varphi\left(\frac{5}{6}\right). \end{array} \right.$$

Функцию $\varphi(x)$ можно выбирать любую, поэтому пусть выполняется еще одно условие $\varphi\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{2}{7}$ (здесь представлено значение первого весового коэффициента, рассчитанного по формуле Фишберна). Рассмотрим функцию $\varphi(x)$ как полином второй степени $\varphi(x) = ax^2 + bx + c$. Так как $\varphi(0) = 0$, то $c = 0$. Имеем

$$\begin{cases} \varphi\left(\frac{1}{6}\right) = a \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{1}{6}\right) = \frac{a}{36} + \frac{b}{6} = \frac{2}{7}, \\ \varphi(1) = a + b = 1. \end{cases}$$

Откуда находим

$$a = -\frac{6}{7}, b = \frac{13}{7}.$$

Таким образом,

$$\varphi(x) = -\frac{6}{7}x^2 + \frac{13}{7}x.$$

Итак, $a_1 = \varphi\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{2}{7} = 0,285714286$. Рассчитаем весовые коэффициенты

для остальных показателей:

$$a_2 = \varphi\left(\frac{1}{3}\right) - \varphi\left(\frac{1}{6}\right) = -\frac{6}{7} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{13}{7} \cdot \left(\frac{1}{3}\right) - \frac{2}{7} = \frac{5}{21} = 0,238095238,$$

$$a_3 = \varphi\left(\frac{1}{2}\right) - \varphi\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{21} = 0,19047619,$$

$$a_4 = \varphi\left(\frac{2}{3}\right) - \varphi\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{7} = 0,142857143,$$

$$a_5 = \varphi\left(\frac{5}{6}\right) - \varphi\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{21} = 0,095238095,$$

$$a_6 = 1 - \varphi\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{1}{21} = 0,047619048.$$

Заметим, что найденные значения весовых коэффициентов совпали со значениями, рассчитанными с помощью шкалы Фишберна (мнением первого эксперта).

Далее будем строить множественную регрессию, поскольку имеется шесть показателей, влияющих на финансовое состояние банка. Все вычисления были проведены в пакете Microsoft Excel. Уравнение регрессии будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} y^j &= b_1 \cdot f(\bar{x}_1^j) + b_2 \cdot f(\bar{x}_2^j) + b_3 \cdot f(\bar{x}_3^j) + \\ &+ b_4 \cdot f(\bar{x}_4^j) + b_5 \cdot f(\bar{x}_5^j) + b_6 \cdot f(\bar{x}_6^j) + \varepsilon^j, \end{aligned}$$

где $j = \overline{1, k}$ – номер банка, y^j – значения рейтингов банков, b_1, \dots, b_6 – весовые коэффициенты, $f(\bar{x}_i^j)$ – параметры уравнения регрессии, \bar{x}_i^j – нормированные

показатели состояния банка, ε^j – дополнительный остаточный член, который отражает остаточное действие случайной вариации и действие других независимых переменных, а $k = 12$ – количество банков, свободный член уравнения регрессии в данной модели не имеет экономической интерпретации, поэтому он отсутствует. Данное уравнение регрессии не является линейным.

Для получения уравнения линейной регрессии необходимо провести линеаризирующее преобразование:

$$z_i^j = f(\bar{x}_i^j),$$

таким образом, было получено следующее уравнение:

$$y^j = b_1 \cdot z_1^j + b_2 \cdot z_2^j + b_3 \cdot z_3^j + b_4 \cdot z_4^j + b_5 \cdot z_5^j + b_6 \cdot z_6^j + \varepsilon^j.$$

В данной модели используются значения рейтингов банков, построенных при помощи весовых коэффициентов по формуле Фишберна. Известно, что формула Фишберна имеет недостатки (коэффициенты, найденные с ее помощью не имеют экономических обоснований), поэтому пересчитаем весовые коэффициенты при помощи регрессионной модели, а затем сравним коэффициенты, полученные разными методами.

Статистика Фишера $F = 1593,672 > F_{табл.} = F(0,05;6;6) = 4,283862$ показывает, что уравнение регрессии является статистически значимым в целом на уровне значимости $\alpha = 0,05$, кроме того, все шесть коэффициентов являются статистически значимыми по критерию Стьюдента. Для оценки надежности рассчитаем среднюю относительную ошибку аппроксимации

$$A = \frac{1}{12} \cdot \sum_{j=1}^{12} \left| \frac{y_j - y_j^*}{y_j} \right| \cdot 100\% = \frac{1}{12} \cdot 0,033175 \cdot 100\% \approx 0,276458\%.$$

Поскольку $A < 5\%$, то можно говорить о том, что точность модели высокая. Коэффициент детерминации $R^2 = 0,999373$ говорит о том, что модель адекватна, а, значит, и надежна.

Окончательный вывод о качестве модели можно сделать на основе анализа остатков. Для этого на уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверим несколько критериев.

1. Проверка на автокорреляцию 1-го порядка (тест Дарбина-Уотсона).
2. Критерий ранговой корреляции Спирмена на однородность.
3. Проверка остатков на случайность (критерий поворотных точек).

Вычисленное значение $DW = 1,837526$ попадает в промежуток $[d_U, 4 - d_U]$, из чего следует, что автокорреляция в остатках отсутствует. Поскольку $t_\rho = 1,947953 < t_\alpha = 2,2281$, то остатки однородны. По критерию поворотных точек выходит, что ряд остатков случайный.

Итак, при помощи эконометрической модели по методу наименьших квадратов найдены новые весовые коэффициенты, отличные от коэффициентов, найденных по методу нечеткого большинства, и от коэффициентов, найденных по формуле Фишберна. Тем не менее, анализ, проведенный в эконометрической модели, показал, что модели рейтингов банков, построенные с учетом этих коэффициентов можно считать вполне надежными и адекватными. Методы регрессионного анализа позволяют получать достаточно надежные и полные

модели зависимости исследуемого признака от ряда объясняющих переменных. На основе этих моделей можно осуществлять прогнозирование рейтинга банков.

Весовые коэффициенты, найденные различными способами, сведены в таблицу 2.

Таблица 2

Методики	DOSTKAP	SK	RSS	CB/AK	LA/AK	SR/O
Формула Фишберна (без учета мнений экспертов)	0,285714286	0,238095238	0,19047619	0,142857143	0,095238095	0,047619048
Формула Фишберна (с учетом мнений экспертов)	0,285714286	0,238095238	0,174603175	0,158730159	0,079365079	0,063492063
Принцип нечеткого большинства	0,285714286	0,238095238	0,19047619	0,142857143	0,095238095	0,047619048
Эконометрическая модель	0,285553106	0,23174326	0,177667909	0,15975555	0,06463706	0,081136
Среднее	0,28567399	0,23650724	0,18330587	0,15105	0,08361958	0,05996654

Таким образом, в данной работе представлен обзор некоторых методик определения весовых коэффициентов для оценки надежности коммерческих банков. Проведены вычисления по формуле Фишберна, по принципу нечеткого большинства, а также найдены коэффициенты при помощи эконометрической модели. Весовые коэффициенты для оценки надежности банков, рассчитанные по первым двум методикам, имеют некоторые недостатки. В формуле Фишберна имеется зависимость от количества параметров, для которых мы высчитываем коэффициенты, не учитывается характер показателей, также данная методика не рассматривает уровень компетентности экспертов, принимается мнение, что эксперты достаточно компетентны в данной области. В принципе нечеткого большинства результаты полностью зависят от выбранной нами функции, и, хотя она была выбрана произвольно, тем не менее, результаты совпали с мнением одного из экспертов (первого). Также был рассмотрен метод построения эконометрической модели, который позволяет строить достаточно адекватные и легко экономически интерпретируемые модели. Модель, построенная на основе рейтингов с учетом весовых коэффициентов, вычисленных с помощью формулы Фишберна, показала некоторые расхождения. Так, в регрессионной модели коэффициент LA/AK имеет меньший вес, чем SR/O, в отличие от формулы Фишберна.